<<历届美国数学奥林匹克试题集>>

图书基本信息

书名：<<历届美国数学奥林匹克试题集>>

13位ISBN编号：9787560337210

10位ISBN编号：756033721X

出版时间：2012-8

出版时间：刘培杰 哈尔滨工业大学出版社 (2012-11出版)

作者：刘培杰 编

页数：267

<<历届美国数学奥林匹克试题集>>

内容概要

《历届美国数学奥林匹克试题集：多解推广加强》汇集了第1届至第39届美国数学奥林匹克竞赛试题及解答。
《历届美国数学奥林匹克试题集：多解推广加强》广泛搜集了每道试题的多种解法，且注重了初等数学与高等数学的联系，更有出自数学名家之手的推广与加强。
《历届美国数学奥林匹克试题集：多解推广加强》可归结出以下四个特点，即收集全、解法多、观点高、结论强。

本书适合于数学奥林匹克竞赛选手和教练员、高等院校相关专业研究人员及数学爱好者使用。

<<历届美国数学奥林匹克试题集>>

书籍目录

章节摘录

版权页： 插图： 某次数学家大会上，每两个数学家或互为朋友或互为陌生人。
会场提供两个餐厅，且用餐的时候，每一位到会的数学家都坚持要和偶数个朋友在同一个餐厅。
求证：符合所有数学家的要求的就餐位置的安排方法数是2的正整数次幂。
证明 设参加会议的数学家有n人，下面对n进行归纳。
当n=1时，这位数学家可被任意安排在两个餐厅之一，安排的办法数为2=21。
设n≥2.如果存在某位数学家P没有朋友，则P可被任意安排在两个餐厅之一，这时安排的方法数为去掉P后剩下n—1位数学家时安排方法的两倍，而由归纳假设，n—1位数学家安排就餐的方法数为2k，因此在这种情况下n位数学家的安排方法数为2×2k=2k+1。
故下面我们只需考虑参加会议的每位数学家至少有一个朋友。
下面分两种情形进行讨论：存在某种数学家有奇数个朋友和每位数学家都有偶数个朋友。
情形1：某位数学家Z有奇数个朋友。
先去掉Z，再改变Z的每一朋友对（X，Y）的关系（即若X和Y是朋友，则变为陌生人，若X和Y是陌生人，则变为朋友）。
先证明下面的命题。
命题 去掉Z，再改变Z的每一朋友对（X，Y）的关系不改变就餐安排方法数。
命题的证明 根据假设，在Z就餐的餐厅里有偶数个Z的朋友，不妨设为a个。
如果a=0，去掉Z后的安排仍然满足题目的要求。
如果a>0，设X为和Z同一餐厅的X的任意一个朋友。
根据假设，X在该餐厅里也有偶数个朋友。
去掉X后，X变为有奇数个朋友，而Z在餐厅里有奇数个不包含X的朋友，则改变X和Z的每一个朋友的关系后，X在该餐厅里仍然有偶数个朋友。
在另一个餐厅里，Z有奇数个朋友，则他们中的第一人改变关系偶数次，在这个餐厅里他们仍然有偶数个朋友。
此外，因为在这种情形下只有一个餐厅含有Z的偶数个朋友，所以不包含Z的每一个合理安排都由包含Z的一安排唯一导出，命题得证。
因此，在这种情形下n位数学家合理的安排方法数为n一1位数学家时的两倍，而由归纳假设，n—1位数学家时的合理安排方法数为2的幂次，故n位数学家时的合理安排方法也是2的幂次。
情形2：每一位数学家都有偶数个朋友。
在这种情形下，对于每一个合理的安排，每一位数学家在两个餐厅里的朋友数都为偶数。

编辑推荐

《历届美国数学奥林匹克试题集:多解推广加强》适合于数学奥林匹克竞赛选手和教练员、高等院校相关专业研究人员及数学爱好者使用。

<<历届美国数学奥林匹克试题集>>