

<<历届美国数学奥林匹克试题集>>

图书基本信息

书名：<<历届美国数学奥林匹克试题集>>

13位ISBN编号：9787560337210

10位ISBN编号：756033721X

出版时间：2012-8

出版时间：刘培杰 哈尔滨工业大学出版社 (2012-11出版)

作者：刘培杰 编

页数：267

版权说明：本站所提供下载的PDF图书仅提供预览和简介，请支持正版图书。

更多资源请访问：<http://www.tushu007.com>

## <<历届美国数学奥林匹克试题集>>

### 内容概要

《历届美国数学奥林匹克试题集：多解推广加强》汇集了第1届至第39届美国数学奥林匹克竞赛试题及解答。

《历届美国数学奥林匹克试题集：多解推广加强》广泛搜集了每道试题的多种解法，且注重了初等数学与高等数学的联系，更有出自数学名家之手的推广与加强。

《历届美国数学奥林匹克试题集：多解推广加强》可归结出以下四个特点，即收集全、解法多、观点高、结论强。

本书适合于数学奥林匹克竞赛选手和教练员、高等院校相关专业研究人员及数学爱好者使用。

<<历届美国数学奥林匹克试题集>>

书籍目录

第1届美国数学奥林匹克 1972 第2届美国数学奥林匹克 1973 第3届美国数学奥林匹克 1974 第4届美国数学奥林匹克 1975 第5届美国数学奥林匹克 1976 第6届美国数学奥林匹克 1977 第7届美国数学奥林匹克 1978 第8届美国数学奥林匹克 1979 第9届美国数学奥林匹克 1980 第10届美国数学奥林匹克 1981 第11届美国数学奥林匹克 1982 第12届美国数学奥林匹克 1983 第13届美国数学奥林匹克 1984 第14届美国数学奥林匹克 1985 第15届美国数学奥林匹克 1986 第16届美国数学奥林匹克 1987 第17届美国数学奥林匹克 1988 第18届美国数学奥林匹克 1989 第19届美国数学奥林匹克 1990 第20届美国数学奥林匹克 1991 第21届美国数学奥林匹克 1992 第22届美国数学奥林匹克 1993 第23届美国数学奥林匹克 1994 第24届美国数学奥林匹克 1995 第25届美国数学奥林匹克 1996 第26届美国数学奥林匹克 1997 第27届美国数学奥林匹克 1998 第28届美国数学奥林匹克 1999 第29届美国数学奥林匹克 2000 第30届美国数学奥林匹克 2001 第31届美国数学奥林匹克 2002 第32届美国数学奥林匹克 2003 第33届美国数学奥林匹克 2004 第34届美国数学奥林匹克 2005 第35届美国数学奥林匹克 2006 第36届美国数学奥林匹克 2007 第37届美国数学奥林匹克 2008 第38届美国数学奥林匹克 2009 第39届美国数学奥林匹克 附录 参考文献 编辑手记

## &lt;&lt;历届美国数学奥林匹克试题集&gt;&gt;

## 章节摘录

版权页：插图：某次数学家大会上，每两个数学家或互为朋友或互为陌生人。会场提供两个餐厅，且用餐的时候，每一位到会的数学家都坚持要和偶数个朋友在同一个餐厅。求证：符合所有数学家的要求的就餐位置的安排方法数是2的正整数次幂。

证明 设参加会议的数学家有 $n$ 人，下面对 $n$ 进行归纳。

当 $n=1$ 时，这位数学家可被任意安排在两个餐厅之一，安排的办法数为 $2=2^1$ 。

设 $n \geq 2$ 。如果存在某位数学家 $P$ 没有朋友，则 $P$ 可被任意安排在两个餐厅之一，这时安排的方法数为去掉 $P$ 后剩下 $n-1$ 位数学家时安排方法的两倍，而由归纳假设， $n-1$ 位数学家安排就餐的方法数为 $2^k$ ，因此在这种情况下 $n$ 位数学家的安排方法数为 $2 \times 2^k = 2^{k+1}$ 。

故下面我们只需考虑参加会议的每位数学家至少有一个朋友。

下面分两种情形进行讨论：存在某种数学家有奇数个朋友和每位数学家都有偶数个朋友。

情形1：某位数学家 $Z$ 有奇数个朋友。

先去掉 $Z$ ，再改变 $Z$ 的每一朋友对 $(X, Y)$ 的关系（即若 $X$ 和 $Y$ 是朋友，则变为陌生人，若 $X$ 和 $Y$ 是陌生人，则变为朋友）。

先证明下面的命题。

命题 去掉 $Z$ ，再改变 $Z$ 的每一朋友对 $(X, Y)$ 的关系不改变就餐安排方法数。

命题的证明 根据假设，在 $Z$ 就餐的餐厅里有偶数个 $Z$ 的朋友，不妨设为 $a$ 个。

如果 $a=0$ ，去掉 $Z$ 后的安排仍然满足题目的要求。

如果 $a>0$ ，设 $X$ 为和 $Z$ 同一餐厅的 $X$ 的任意一个朋友。

根据假设， $X$ 在该餐厅里也有偶数个朋友。

去掉 $X$ 后， $X$ 变为有奇数个朋友，而 $Z$ 在餐厅里有奇数个不包含 $X$ 的朋友，则改变 $X$ 和 $Z$ 的每一个朋友的关系后， $X$ 在该餐厅里仍然有偶数个朋友。

在另一个餐厅里， $Z$ 有奇数个朋友，则他们中的第一人改变关系偶数次，在这个餐厅里他们仍然有偶数个朋友。

此外，因为在这种情形下只有一个餐厅含有 $Z$ 的偶数个朋友，所以不包含 $Z$ 的每一个合理安排都由包含 $Z$ 的一安排唯一导出，命题得证。

因此，在这种情形下 $n$ 位数学家合理的安排方法数为 $n-1$ 位数学家时的两倍，而由归纳假设， $n-1$ 位数学家时的合理安排方法数为2的幂次，故 $n$ 位数学家时的合理安排方法也是2的幂次。

情形2：每一位数学家都有偶数个朋友。

在这种情形下，对于每一个合理的安排，每一位数学家在两个餐厅里的朋友数都为偶数。

## <<历届美国数学奥林匹克试题集>>

### 编辑推荐

《历届美国数学奥林匹克试题集:多解推广加强》适合于数学奥林匹克竞赛选手和教练员、高等院校相关专业研究人员及数学爱好者使用。

版权说明

本站所提供下载的PDF图书仅提供预览和简介, 请支持正版图书。

更多资源请访问:<http://www.tushu007.com>