<<高等代数方法与技巧>>

图书基本信息

书名：<<高等代数方法与技巧>>

13位ISBN编号：9787209058407

10位ISBN编号：7209058400

出版时间：2012-4

出版时间：山东人民出版社

作者：姜同松

页数：373

字数：500000

<<高等代数方法与技巧>>

内容概要

《高等代数方法与技巧》通过高等代数的知识点及近年来研究生入学试题进行分析和研究，把高等代数的解题方法归纳为50类，以此帮助读者进一步理解和把握高等代数的思想内涵，掌握并学会高等代数的证题方法和技巧。

本书作为临沂大学优秀校本教材，经学校立项并由山东人民出版社正式出版发行。
本书既可作为大学数学专业高等代数后继课程的教材、作为数学专业研究生考试的辅导教材，也可作为理工科各专业讲授线性代数教学和学生自学的辅导参考书。

<<高等代数方法与技巧>>

书籍目录

章节摘录

版权页： 插图： 3.典型例题 例1 设A是m×n矩阵，对任意n维列向量X都有AX=0。
证明：A=0。
证明 令A=（α1，α2，…，αn），取X=εi，i=1，2，…，n，于是有 α=Aεi=0，i=1，2，…，n。所以A=0。
或证 A=AIn=A（ε1，ε2，…，εn）=（Aε1，Aε2，…，Aεn）=0。
例2 设A是一个n阶矩阵，证明：A是实反对称矩阵（即AT=—A）当且仅当对任意n维列向量X都有XTAX=0。
证明 取X=εi，i=1，2，…，n，有aii=εTiAεi=0。
取X=εi+εj，则 XTAX=（εTi+εTj）A（εi+εj）=aii+aij+aji+ajj =aij+aji=0。
即aij=—aji，所以AT=—A。
反之，若AT=—A，则对任意列向量X，XTAX是一个数，于是有XTAX=XT（—A）TX=—（XTAX）T=—XTAX，所以XTAX=0。
例3 设A是一个n阶整数矩阵。
证明：对任意整数列向量β，AX=β都有整数解当且仅当|A|=±1。
证明 若|A|=±1，则A可逆，且对任意整数列向量β，显然X=A—1β=1/|A|A*β=±A—β是AX=β的整数解。
反之，取β=εi，i=1，2，…，n，Xi是AX=εi的整数解。
令B=（X1，X2，…，Xn），于是有 AB=（AX1，AX2，…，AXn）=（ε1，ε2，…，εn）=In。
故A可逆，且|A||B|=1，又因为矩阵A，B都是整数矩阵，所以|A|=±1。
例4 设A是一个m×n矩阵。
证明：对任意m维列向量β，AX=β都有解当且仅当rank（A）=m。
证明 若对任意m维列向量β，AX=β都有解，取β=εi，=1，2，…，m，且Xi是AX=εi的解。
令B=（X1，X2，…，Xm），于是有 AB=A（X1，X2，…，Xm）=（ε1，ε2，…，εm）=Im。
rank（A）≥rank（AB）=rank（Im）=m。
又因为rank（A）≤m，所以rank（A）=m。
反之，若rank（A）=m，则存在可逆矩阵P，Q满足PAQ=（Im，0），于是有 A=P—1（Im，0）Q—1=（P—1，0）Q—1。
令B=Q（P0），则AB=Im。
于是，对任意m维列向量β，有ABβ=β，即X=Bβ是方程AX=β的一个解。

<<高等代数方法与技巧>>